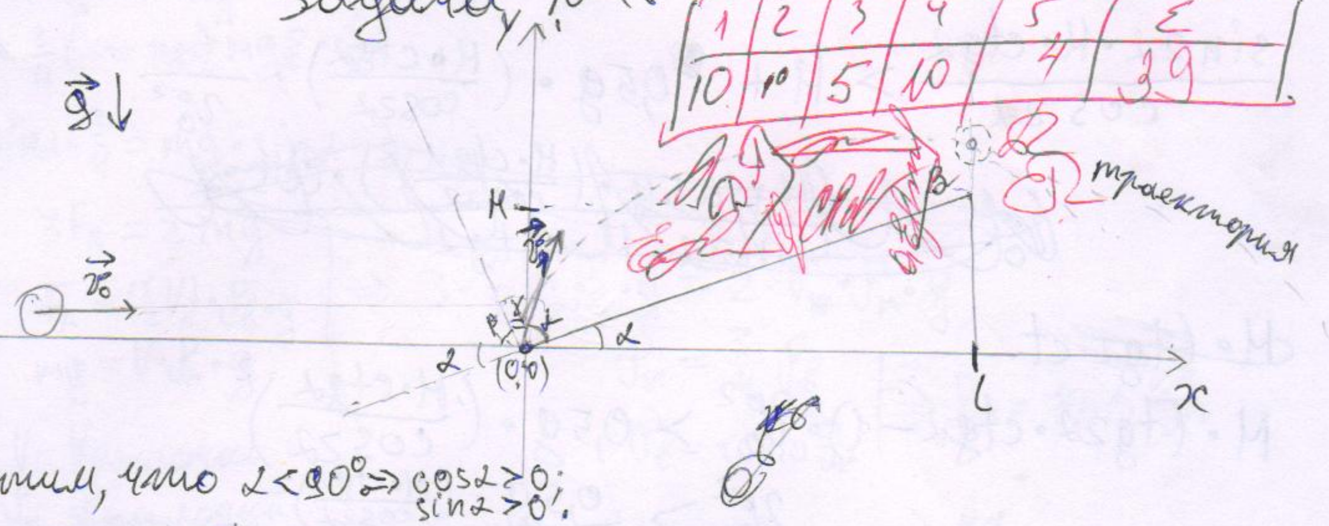
Всероссийская олимпиада школьников 2019-2020 г.г.
Муниципальный этап
ФИЗИКА, 14.11.2019

ШИФР Ф-10-1

Задача №1.

1	2	3	4	5	Σ
10	10	5	10	4	39



Заметим, что $\alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos\alpha > 0$; $\sin\alpha > 0$.

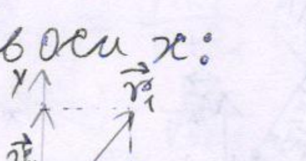
Угол „падения" шарика на клин $= \beta = 90 - \alpha$, угол „отражения" $= \gamma = \beta = 90 - \alpha \Rightarrow$ угол над клином $= 90 - \gamma = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$, значит угол между вектором $\vec{v}_1$ и горизонтом будет $= 2\alpha$.

Введём систему координат от места начала клина, как показано на рисунке.

Значит для выполнения условия в точке траектории с $x = L$ y шарика должен быть $> H$.

$v_1 = v_0$, т.к. удар абсолютно упругий.

Рас-рим движение шарика вдоль оси x:



$v_{x_0} = v_1 \cdot \cos 2\alpha = v_0 \cdot \cos 2\alpha$

$x = 0 + v_{x_0} \cdot t = v_0 \cdot \cos 2\alpha \cdot t$

Найдём $t_1 = t$ пролёта над вершиной клина:

$x = L \Rightarrow v_0 \cdot \cos 2\alpha \cdot t_1 = L \Rightarrow t_1 = \frac{L}{v_0 \cdot \cos 2\alpha}$

$L = H \cdot \operatorname{ctg}\alpha$ $\Rightarrow t_1 = \frac{H \cdot \operatorname{ctg}\alpha}{v_0 \cdot \cos 2\alpha}$

Рас-рим движение шарика вдоль оси y:

$v_{y_0} = v_1 \cdot \sin 2\alpha = v_0 \cdot \sin 2\alpha$

$y = 0 + v_{y_0} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \sin 2\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$

Подставим t_1 и получим исходное неравенство для пролёта над клином:

$v_0 \cdot \sin 2\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} > H$

См. на обороте

$$v_0 \cdot \sin 2\alpha \cdot t_1 > H + \frac{g t_1^2}{2}$$

$\cancel{v_0 > \frac{H + \frac{gt_1^2}{2}}{\sin 2\alpha \cdot t_1}}$ подставим $t_1 = \frac{H \cdot ctg\alpha}{v_0 \cdot \cos 2\alpha}$:

$$\frac{\sin 2\alpha \cdot H \cdot ctg\alpha}{\cos 2\alpha} > H + 0{,}5g \cdot \left(\frac{H \cdot ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2 \cdot \frac{1}{v_0^2}$$

$$\cancel{v_0^2 > \frac{\left(H + 0{,}5g\left(\frac{H \cdot ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2\right) \cdot \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot H \cdot ctg\alpha}}$$

$\cancel{H \cdot ctg\alpha \cdot ct}$

$$H \cdot (tg 2\alpha \cdot ctg\alpha - 1) \cdot v_0^2 > 0{,}5g \cdot \left(\frac{H \cdot ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2$$

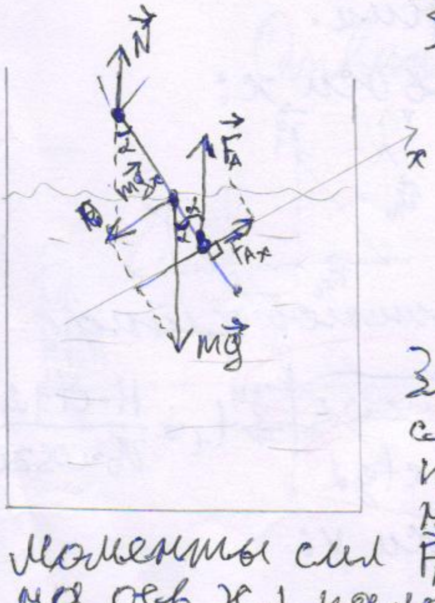
$$v_0^2 > \frac{0{,}5g \cdot \left(\frac{H \cdot ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2}{H \cdot (tg 2\alpha \cdot ctg\alpha - 1)}$$

$$v_0 > \sqrt{\frac{0{,}5g \cdot \left(\frac{ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2 \cdot H}{(tg 2\alpha \cdot ctg\alpha - 1)}}$$

Примечание: $tg 2\alpha \cdot ctg\alpha - 1 > 0$ для любых $\alpha \in (0°; 90°)$.

Ответ: $v_{0\,min} = \sqrt{\frac{0{,}5g \cdot \left(\frac{ctg\alpha}{\cos 2\alpha}\right)^2 \cdot H}{(tg 2\alpha \cdot ctg\alpha - 1)}}$

Задача №2.



$\vec{N}$ – сила реакции опоры шарнира к которому крепится палочка

$m\vec{g}$ – сила тяжести

$\vec{F_A}$ – сила Архимеда

Заметим, что вращательный момент создают только составляющие сил, перпендикулярные палочке и имеющие ненулевое плечо ⇒ на палочку действуют моменты сил $\vec{F_A}$ и $m\vec{g}$ равные моментам их проекций на ось $x \perp$ палочке.

Если $\angle$ подвеса палочки $= \alpha$, то $F_{Ax} = F_A \cdot \sin\alpha$; $mg_x = mg \cdot \sin\alpha$

Если длина палочки $= l$, то плечо $F_A = \frac{3}{4}l$, а плечо $mg = \frac{1}{2}l$ (т.к. в воде $\frac{1}{2}$ палочки)

Составим уравнение моментов:

см. на след. листе

Всероссийская олимпиада школьников 2019-2020 г.г.
Муниципальный этап
ФИЗИКА, 14.11.2019

ШИФР Ф-10-1

$M_{F_A} = M_{mg}$

$F_{Ax} \cdot \frac{3}{4} l = mg_x \cdot \frac{1}{2} l$

$F_A \cdot \sin\alpha \cdot \frac{3}{4} = mg \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$3F_A = 2mg$

$F_A = (\frac{1}{2}V) \cdot \rho_в \cdot g$

$mg = V \cdot \rho_п \cdot g$

$\Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{2} V \cdot \rho_в \cdot g = 2 \cdot V \cdot \rho_п \cdot g$

$\rho_п = \frac{3}{4}\rho_в$

$\rho_в = 1000 \frac{кг}{м^3}$

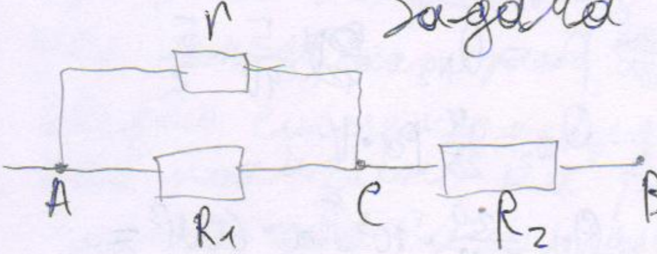
$\Rightarrow \rho_п = 750 \frac{кг}{м^3}$

V - $V_{палочки}$

$\rho_п$ - $\rho_{палочки}$

Ответ: $\rho_п = 450 \frac{кг}{м^3}$.

Задача №4.



На AC парал. соед-ние $\Rightarrow R_{AC} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r}} = \frac{r \cdot R_1}{r + R_1}$

AC и CB соед-ны послед. $\Rightarrow R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} = \frac{r \cdot R_1}{r + R_1} + R_2$

$R_{AB} = R_2 + \frac{r \cdot R_1}{r+R_1} = R_2 + \frac{(r+R_1)\cdot R_1 - R_1^2}{r+R_1} = (R_1+R_2) - \frac{R_1^2}{r+R_1}$

Вывод: R_{AB} обратно пропорц-но $r \Rightarrow$ график $y = R_{AB}(r)$ - будет гиперболой.

при $r=0$: $R_{AB} = R_1 + R_2 - \frac{R_1^2}{R_1} = R_2$.

$R_{AB}(0) = 2\,Ом$ (по графику) $\Rightarrow R_2 = 2\,Ом$

гиперболы $y = R_{AB}(r) = (R_1+R_2) - \frac{R_1^2}{r+R_1}$ имеет асимптоту $y = R_1 + R_2$

По графику видно асимптоту $y = 3\,Ом \Rightarrow R_1 + R_2 = 3\,Ом$

$\Downarrow$

$R_1 = 3\,Ом - R_2 = 3\,Ом - 2\,Ом = 1\,Ом$

Ответ: $R_1 = 1\,Ом$; $R_2 = 2\,Ом$

см. на обороте

Задача №3.

Дано

$n_{N_2} = 4n_{O_2}$

$V = 60\ м^3$

$Pa = 10^5\ Па$

~~$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}\ моль^{-1}$~~

~~$R = 8{,}314\ \frac{Дж}{моль\cdot К}$~~

Q_{N_2} – ?
энергия вращ.

Решение

$$n_{N_2} = \frac{\nu_{N_2}\cdot N_A}{V}, \quad n_{O_2} = \frac{\nu_{O_2}\cdot N_A}{V} \Rightarrow \nu_{N_2} = \nu_{O_2}\cdot\frac{n_{N_2}}{n_{O_2}} = 4\nu_{O_2}$$ 1б

Запишем уравнение состояния 2-атомн. газа:

$$pV = \frac{5}{2}\nu RT \Rightarrow p = \frac{5}{2}\frac{\nu RT}{V}$$

$$Pa = p_{N_2} + p_{O_2} = \frac{5}{2}\frac{\nu_{N_2}\cdot RT}{V} + \frac{5}{2}\cdot\frac{\nu_{O_2}\cdot RT}{V} = \frac{5}{2}\cdot\frac{RT}{V}\cdot(\nu_{N_2}+\nu_{O_2}) = \frac{5}{2}\cdot\frac{RT}{V}\cdot 5\nu_{O_2}$$ 2 2б 5б

$$Pa = \frac{5}{2}\cdot\frac{RT}{V}\cdot 5\nu_{O_2} = \frac{5}{2}\cdot\frac{RT}{V}\cdot 5\cdot\frac{1}{4}\nu_{N_2}$$

$$Pa = \frac{5}{2}RT\cdot\nu_{N_2}\cdot\frac{5}{4V} \Rightarrow Pa = Q_{N_2}\cdot\frac{5}{4V}\cdot\frac{5}{2}$$

$$Q_{N_2} = \frac{2}{2}RT\cdot\nu_{N_2}$$ 2б

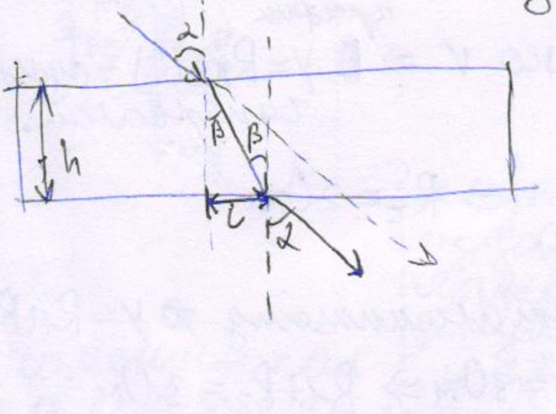
т.к. вращение может прои-диться в 2-х пл-стях

$$Q_{N_2} = \frac{2\cdot4}{25}Pa\cdot V$$ 1

$$Q_{N_2} = \frac{2\cdot4}{25}\cdot10^5\ Па\cdot60\ м^3 = 1920000\ Дж$$

Ответ: $Q_{N_2} = 1920000$ Дж.

Задача №5.



Закон преломления $\sin\alpha = \sin\beta\cdot n$, где n – относит. показатель преломления для 2 сред, в данном случае для стекла и воздуха. Для h и α мы можем найти l:

$$l = h\cdot\operatorname{tg}\beta = h\cdot\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right)\right)$$

4б