



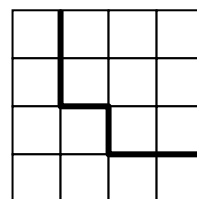
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ

*Максимальное количество баллов- 35.
Время выполнения работы – 240 минут.*

1. Разрежьте квадрат 4×4 на две фигуры так, чтобы они имели равные площади, но разные периметры. Ответ подтвердите вычислениями.

Решение. Например, так:



Площадь каждой из фигур равна 8. Периметр левой фигуры - 16, правой - 12.

Критерии проверки. Приведен верный пример, для которого верно выписаны периметры фигур – **7 баллов**. Пример приведён верный, но в расчётах есть арифметическая ошибка – **5 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

2. Шимпанзе съедает 72 банана за час, а орангутан каждый банан съедает на 10 секунд быстрее. Сколько бананов съест орангутан за час?

Ответ: 90 бананов.

Решение: Шимпанзе съедает 72 банана за 1 час, то есть за 3600 с. Значит, 1 банан она съедает за 50 с., а орангутан поедает 1 банан на 10 с. быстрее, то есть за 40 с. Тогда, умножив на 90, получим, что за 3600 с. или за 1 ч. он съест 90 бананов.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Допущена одна арифметическая ошибка, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения - **5 баллов**. За нахождение времени поедания одного банана орангутаном без дальнейшего продвижения – **3 балла**. В остальных случаях - **0 баллов**.



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

3. Решите ребус: $(\text{ШАШ} \times \text{КА}) : 3 = 2020$.

Замените буквы **А, Ш, К** цифрами так, чтобы получилось верное равенство (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам – разные цифры). Найдите все варианты решения и докажите, что других нет.

Ответ: $2020 = (101 \cdot 60) : 3$, $2020 = (202 \cdot 30) : 3$, $2020 = (303 \cdot 20) : 3$ и

$2020 = (606 \cdot 10) : 3$.

Решение: $6060 = \text{ШАШ} \cdot \text{КА}$, разложим число 6060 на простые множители: $6060 = 101 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Рассмотрим все возможные представления числа 6060 в виде произведения двузначного и трёхзначного чисел (6 вариантов) и перебираем эти решения. Не подходят $505 \cdot 12$ и $404 \cdot 15$, так как буква А принимает разные значения. Остаются $101 \cdot 60$, $202 \cdot 30$, $303 \cdot 20$ и $606 \cdot 10$.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Решение недостаточно обосновано (разложил на множители число 2020, при этом не объяснил какие случаи не подходят) – **не более 5 баллов**. За три или четыре варианта решения без обоснования – **3 балла**. За два варианта решения без обоснования – **2 балла**. За один вариант решения без обоснования – **1 балл**. В остальных случаях – **0 баллов**.

4. В комнате находилось несколько (не менее двух) человек, каждый из которых либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Они по очереди выходили из комнаты, и каждый перед тем, как выйти, говорил: “Сейчас лжецов в комнате ровно четверо”. Через некоторое время комната опустела. Сколько человек могло находиться в комнате вначале? Перечислите все варианты и объясните, почему других вариантов нет.

Ответ: Двое или трое.

Решение. Допустим, что в комнате вначале было больше трех человек. Тогда был момент, когда в ней оставались ровно четверо, и один из них собрался выходить. Если он лжец, то получается, что один из остающихся в комнате всегда говорит правду, и когда он будет выходить, ему придется солгать. Противоречие. Если же выходящий всегда говорит правду, то в данном высказывании он солгал, так как лжецов в комнате менее 4. Тоже противоречие. Значит, в комнате были двое или трое. Такое возможно, если все они – лжецы.



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
МАТЕМАТИКА
7 КЛАСС

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Проверил, что два и три человека могут находиться в комнате и доказал, что четырёх человек быть не может (при этом про больше четырёх человек в комнате ничего не сказал) – **5 баллов**. Проверил, что два и три человека могут находиться в комнате без дальнейшего продвижения – **2 балла**. Проверил, что два или три человека могут находиться в комнате без дальнейшего продвижения – **1 балл**. В остальных случаях – **0 баллов**.

5. Каждая клетка квадрата 5×5 покрашена либо в белый, либо в черный цвет. Петя и Вася по очереди перекрашивают его по следующим правилам. Начинает Петя. Первым своим ходом Петя перекрашивает (меняет цвета) первую строку сверху, вторым – вторую строку и т.д. После пятого своего хода он начинает заново. Вася действует по такому же алгоритму, но только перекрашивает столбцы, двигаясь слева направо. После 2021 хода доска стала выглядеть так, как на рисунке. Как она выглядела первоначально?

Ответ: см. рис. 2.

Решение: Рассмотрим первые 10 ходов, сделанные Петей и Васей вместе (по пять ходов каждым). После 10 ходов каждая клетка поменяет свой цвет дважды, в результате первоначальная картинка не изменится и будет повторяться через число ходов, кратные 10.

Картинке на рис. 1 предшествует первый ход

Пети: $2021 = 1 + 202 \cdot 10$. Значит, первоначальная картинка выглядит так, как на рис. 2. Действительно, после первого хода Пети раскраска квадрата будет совпадать с изображением на рис.1, а потом будет повторять раскраску рис. 1 через каждые 10 ходов.

Критерии проверки. Правильное обоснованное решение – **7 баллов**. Замечено, что через каждые 10 ходов картинка будет повторяться, но получен неверный ответ из-за ошибки в подсчете – **4 балла**. Замечено, только что через каждые 10 ходов картинка будет повторяться – **3 балла**. Правильный ответ без объяснений – **0 баллов**.

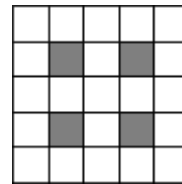


Рис. 1

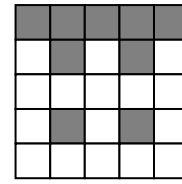


Рис. 2