



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
8 КЛАСС

**РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ**

*Максимальное количество баллов- 42.  
Время выполнения работы – 240 минут.*

1. Нарисуйте на клетчатой бумаге два многоугольника одинаковой площади, периметры которых отличаются в 1,5 раза. Подтвердите правильность примера вычислениями.

**Решение:** Годаются, например, прямоугольники  $1 \times 8$  и  $2 \times 4$ . Периметр первого равен 18, а второго – 12.

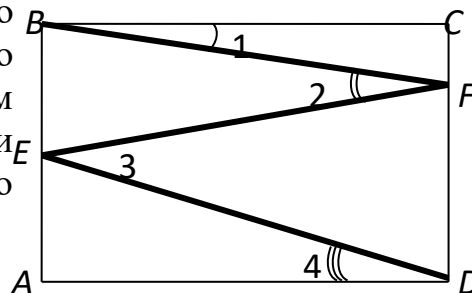
**Критерии проверки:** Любой верный пример с проверкой – **7 баллов**, в остальных случаях – **0 баллов**.

2. На доске несколько раз подряд записали число «2020» так, что получилось 2020-значное число 20202020...2020. Представьте это число в виде произведения двух палиндромов. Палиндром – это натуральное число, которое одинаково читается слева направо и справа налево. Однозначное число палиндромом не считается.

**Решение.** Пример разложения может быть, например, таким:  
 $20202020\dots2020 = 2020 \cdot 100010001\dots0001 =$   
 $505 \cdot 4 \cdot 100010001\dots0001 = 505 \cdot 400040004\dots0004.$

**Критерии проверки:** Приведено любое верное представление – **7 баллов**. Конструкция верная, но допущены ошибки, например, в количестве нулей – **до 4 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

3. Незнайка провёл в прямоугольнике ломаную линию (см. рисунок) и утверждает, что градусные меры углов 1, 2, 3 и 4 в указанном порядке являются последовательными натуральными числами. Докажите, что такого не может быть.



**Решение.** Обозначим вершины прямоугольника и концы ломаной (см. рисунок).



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
8 КЛАСС

Пусть градусные меры  $\angle 1 = x$ ,  $\angle 2 = x + 1$ ,  $\angle 3 = x + 2$ ,  $\angle 4 = x + 3$ . Тогда в прямоугольном треугольнике  $BCF$   $\angle BFC = 90 - x$ , а значит

$$\angle EFD = 180 - \angle 2 - \angle BFC = 180 - (x + 1) - (90 - x) = 89.$$

$\angle EDF = 90 - \angle 4 = 87 - x$ . Тогда сумма углов треугольника  $DEF$  равна  $89 + (x + 2) + (87 - x) = 178$  градусов.

**Критерии проверки:** Верное решение – **7 баллов**. Ход решения верный, но работа с градусными мерами содержит арифметическую ошибку – **5 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

4. Некоторым ученикам 8 класса за несколько дней до каникул выставили четвертные оценки по математике, среди которых есть «тройки», «четверки» и «пятерки». Часть клеточек в журнале остались пустыми, потому что четвертные оценки пока не выставлены. Если в каждую пустую клеточку поставить «пятерку», то «пятерки» будут составлять ровно половину всех оценок класса. Если пустые клеточки поровну заполнить «тройками» и «четверками», то «четверки» будут составлять ровно половину всех оценок класса. Во сколько раз увеличится количество «троек» в классе, если все пустые клеточки заполнить «тройками»?

**Ответ.** В три раза.

**Решение.** Обозначим количество учеников в классе за  $x$ , а количество пустых клеточек в журнале – за  $y$ . Тогда из первого условия следует, что «пятерки» составляют  $0,5x - y$ , а «четверки»  $0,5x - 0,5y$ , тогда на «тройки» приходится  $x - (0,5x - y) - (0,5x - 0,5y) - y = 0,5y$ . Если к этому добавить  $y$ , то «троек» в классе станет  $1,5y$ , т.е. их количество увеличится в три раза.

**Критерии проверки:** Верное решение – **7 баллов**. По условию задачи составлены верные равенства, но работа с ними содержит арифметическую ошибку, при этом задача доведена до ответа – **5 баллов**. По условию задачи составлены верные равенства, но дальнейших продвижений нет – **2 балла**. Только верный ответ с проверкой – **1 балл**. В остальных случаях – **0 баллов**.

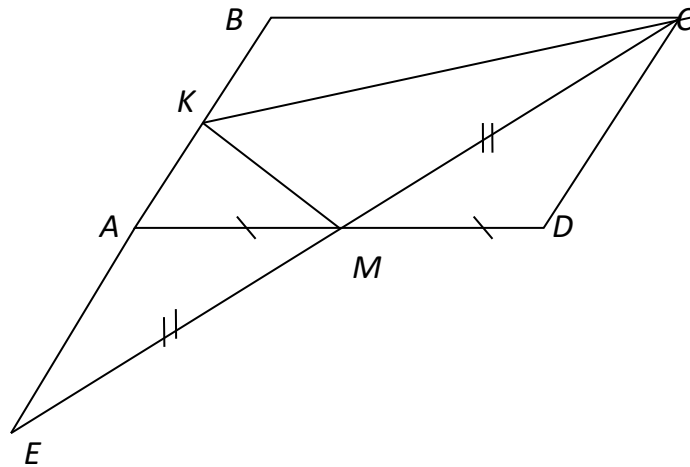


ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
8 КЛАСС

5. Точка  $M$  – середина стороны  $AD$  параллелограмма  $ABCD$ . На стороне  $AB$  выбрана точка  $K$  так, что  $\angle KCM = \angle MCD$ .

Найдите величину  $\angle KMC$ .

**Ответ.**  $90^\circ$ .



**Решение.** Продлим прямую  $CM$  до пересечения с прямой  $AB$  в точке  $E$ .

1)  $\angle EAM = \angle MDC$  как накрест лежащие при параллельных прямых  $AB$  и  $CD$ .  $\angle AME = \angle DMC$  как вертикальные.  $AM = MD$  по условию. Тогда треугольники  $AME$  и  $CMD$  равны по стороне и двум прилежащим к ней углам, а значит  $EM = MC$ ,  $\angle AEM = \angle DCM$ .

2) Но по условию  $\angle KCM = \angle DCM$ , значит  $\angle AEM = \angle KCM$ . Тогда треугольник  $EKC$  является равнобедренным, причем  $KM$  – его медиана, а значит, и высота.

**Критерии проверки:** Верное решение – 7 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.

6. В памяти компьютера хранится строка чисел, бесконечная в обе стороны. Сначала одно из чисел равно единице, все остальные – нули. За один шаг к каждому числу прибавляется сумма обоих соседних с ним чисел (все преобразования происходят одновременно). Может ли в какой-то момент, начиная со второго шага, оказаться, что все ненулевые числа строки – нечетны?

**Ответ:** нет.

**Решение:** После первого шага строка имеет вид:

$$\dots, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, \dots$$

После второго:

$$\dots, 0, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 0, 0, \dots$$



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2020/21 гг.  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
МАТЕМАТИКА  
8 КЛАСС

И так далее. Выпишем в таблицу информацию о четырёх крайних слева ненулевых числах в каждой строке, начиная со второго шага: при четном числе – **ч**, при нечетном – **н**.

После 2-го: н, ч, н, ч

После 3-го: н, н, ч, н

После 4-го: н, ч, ч, ч

После 5-го: н, н, н, ч

После 6-го: н, ч, н, ч

Видно, что свойство рассматриваемых чисел последней строки точно такие же, как у первой строки в данной таблице. Следовательно, ситуация будет периодически повторяться через каждые 4 шага. Так как в каждой из первых четырех строк имеется четное ненулевое число, то ненулевое четное будет и во всех последующих строках.

**Критерии проверки:** Верное решение – **7 баллов**, в остальных случаях – **0 баллов**.