

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Максимальное количество баллов – 50 баллов.

Время выполнения заданий – 230 минут.

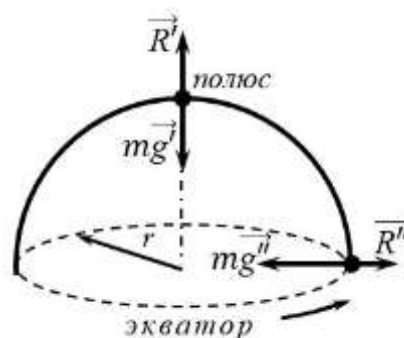
Задача №1 (10 баллов)

При какой продолжительности суток T вес тела на экваторе планеты может составлять $\eta = 97\%$ от веса этого же тела на ее полюсе. Планету считать однородным шаром с плотностью вещества $\rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$.

Возможное решение:

Силы, действующие на тело на полюсе и на экваторе, изображены на рисунке, где \vec{g}' и \vec{g}'' – ускорения, вызываемые силой тяжести;

\vec{R}' и \vec{R}'' – силы реакции опор, на которых покоится тело. Поскольку планета представляет собой однородный шар, ускорения \vec{g}' и \vec{g}'' различаются только направлением, а модули их совпадают:



$$g' = g'' = g. \quad (1)$$

Для тела, покоящегося на полюсе, сила тяжести и сила реакции опоры уравновешены и его вес по величине равен

$$P' = R' = mg. \quad (2)$$

Тело, находящееся на экваторе, движется по окружности, радиус которой равен радиусу планеты r . Следовательно, сила тяжести и сила реакции опоры не уравновешены и по второму закону Ньютона

$$mg - R'' = ma$$

или

$$mg - R'' = m\omega^2 r,$$

где ω - угловая скорость вращения планеты. Поэтому вес тела на экваторе по величине равен

$$P'' = R'' = mg - m\omega^2 r. \quad (3)$$

По условию

$$P'' = \frac{\eta}{100\%} \cdot P'$$

или

$$mg - m\omega^2 r = \frac{\eta}{100\%} mg,$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{g}{r} \left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right). \quad (4)$$

С другой стороны,

$$g = \frac{GM}{r^2},$$

где $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ – масса планеты. Отсюда следует, что,

$$\frac{g}{r} = \frac{4}{3}\pi G\rho. \quad (5)$$

Учитывая, что период вращения планеты

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

получаем

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1 - \eta/100\%)}} \quad (6)$$

Вычисления:

$$T = \sqrt{\frac{3 \cdot 3,14}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,5 \cdot 10^3 \cdot (1 - 0,97)}} \approx 4,34 \cdot 10^4 \text{ (с)} \approx 12 \text{ (ч)}$$

Ответ: $T \approx 4,34 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 12 \text{ ч}$.

Критерии оценивания:

1. Сделан рисунок и введены обозначения – **1 балл**
2. Найден вес тела, покоящегося на полюсе (2) – **1 балл**
3. Найден вес тела, покоящегося на экваторе (3) – **2 балла**
4. Получено выражение для угловой скорости (4) – **1 балл**
5. Получено выражение (5) – **2 балла**
6. Получена формула для периода вращения планеты вокруг своей оси (6) – **2 балла**
7. Вычислен период вращения планеты вокруг своей оси – **1 балл**

Задача №2 (10 баллов)

Пройдя по течению реки 50 м, мячик сделал полный оборот вокруг своей оси за 3 минуты, оставаясь все время погруженным в реку наполовину. Движение происходило в безветренную погоду и при отсутствии волн. Оцените глубину реки, если скорость течения линейно изменяется по глубине.



Возможное решение:

Мяч вращается из-за того, что скорость течения линейно меняется по глубине реки. У поверхности реки она максимальна, обозначим это значение v , а у дна реки близка к нулю. Поэтому можно записать, что $v = kh$, где h – расстояние от дна реки, а k – коэффициент пропорциональности. Тогда скорость воды в нижней точке мяча $u = k(h - r)$, где r – радиус мяча. Перейдем в систему отсчета, связанную с центром мяча. В этой системе отсчета скорость нижней точки мяча направлена противоположно скорости течения и равна

$$v' = v - u = v - \frac{v}{h}(h - r) = \frac{vr}{h}$$

Мяч совершит полный оборот за время

$$t = \frac{2\pi r}{v'}$$

и пройдет при этом по течению расстояние

$$l = vt.$$

Отсюда получаем:

$$l = v \frac{2\pi rh}{vr} = 2\pi h$$

Таким образом,

$$h = \frac{l}{2\pi} \approx 8 \text{ м.}$$

Ответ: глубина реки $h = \frac{l}{2\pi} \approx 8 \text{ м.}$

Критерии оценивания:

1. Установлен характер зависимости скорости течения от глубины – **1 балл.**
2. Найдена скорость в нижней точке мяча – **2 балла.**
3. Осуществлен переход в подвижную систему отсчета, связанную с центром мяча, и применен закон сложения скоростей – **2 балла.**
4. Записано выражение для нахождения времени полного оборота – **2 балла.**
5. Записано выражение для расстояния, пройденного мячом по течению – **1 балл.**
6. Записано выражение, связывающее глубину реки с расстоянием, пройденным мячом по течению, и получен правильный числовой ответ – **2 балла.**

Задача №3 (10 баллов)

Находясь на берегу, спортсмен делает 20 вдохов в минуту, потребляя при каждом вдохе $V_0 = 2,5$ л воздуха при давлении 100 кПа и температуре 27°C . Погружаясь под воду, он берет с собой баллоны для акваланга со сжатым воздухом объемом $V = 20$ л. Какова разность времени пребывания спортсмена на глубинах 5 м и 25 м, если потребляемая им масса воздуха остается такой же, как и без акваланга. Универсальная газовая постоянная равна $8,31$ Дж/(моль·К), плотность воды 1000 кг/м³, молярная масса воздуха 29 г/моль, температуру считать постоянной и равной 27°C .

Возможное решение:

Пусть m_0 – масса воздуха, расходуемая человеком за время $\tau_0 = 1$ мин.

$$m_0 = \frac{N \cdot p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T},$$

где $N=20$ – количество вдохов в минуту, $p_0 = 10^5$ Па, $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $T = 290$ К.

Масса воздуха, расходуемая человеком за время τ_1 :

$$m_1 = \frac{p_1 \cdot V \cdot M}{R \cdot T}$$

Масса воздуха, расходуемая человеком за время τ_2 :

$$m_2 = \frac{p_2 \cdot V \cdot M}{R \cdot T}$$

Давление воздуха на глубине h_1 :

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1$$

Давление воздуха на глубине h_2 :

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2$$

Скорость расходования воздуха постоянна:

$$\frac{m_0}{\tau_0} = \frac{m_1}{\tau_1} = \frac{m_2}{\tau_2},$$

отсюда

$$\tau_1 = \tau_0 \frac{m_1}{m_0}, \tau_2 = \tau_0 \frac{m_2}{m_0}$$

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \tau_0 \frac{\rho g (h_2 - h_1) V}{N p_0 \cdot V_0}$$

$$\Delta\tau = 1 \text{ мин} \cdot \frac{10^3 \cdot 10 \cdot (25-5) \cdot 20}{20 \cdot 10^5 \cdot 2,5} = 0,8 \text{ мин} = 48 \text{ с}$$

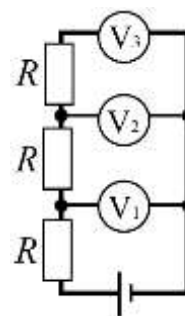
Ответ: $\Delta\tau = 0,8 \text{ мин} = 48 \text{ с}$.

Критерии оценивания:

1. Из уравнения состояния определена масса воздуха, расходуемая за τ_0 без акваланга – **2 балла**
2. Из уравнения состояния определена масса воздуха, расходуемая за τ_1, τ_2 – **2 балла**
3. Применена формула для нахождения давления воздуха на глубине – **2 балла**.
4. Определено время нахождения на глубине – **2 балла**.
5. Получена верная формула для определения разности времени пребывания на разных глубинах – **1 балл**
6. Произведен правильный числовой расчет и дан верный ответ – **1 балл**.

Задача №4 (10 баллов)

При проведении лабораторного практикума учащимися была собрана электрическая цепь. Данная электрическая цепь включает в себя источник тока, три одинаковых резистора, сопротивлением R каждый; три одинаковых вольтметра, сопротивлением r (см рисунок). Вольтметры показывают напряжение U_1, U_2, U_3 . Показания первого вольтметра 12 В, а третьего 10 В. Какое напряжение показывает второй вольтметр?



Возможное решение:

По закону Ома, напряжения на вольтметрах равно:

$$U_1 = r I_1 \quad (1)$$

$$U_2 = r I_2 \quad (2)$$

$$U_3 = r I_3 \quad (3)$$

Из условия последовательного соединения элементов цепи, напряжение на втором вольтметре равно:

$$U_2 = U_3 + U_{R3} \quad (4)$$

А напряжение на третьем резисторе:

$$U_{R3} = I_3 R \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что

$$U_2 = U_3 + I_3 R \quad (6)$$

Из (3) и (6) следует

$$U_2 = U_3 + \frac{U_3 R}{r} \quad (7)$$

Из условия последовательного соединения элементов цепи, напряжение на первом вольтметре равно:

$$U_1 = U_2 + U_{R2}, \quad (8)$$

Напряжение на втором резисторе равно:

$$U_{R2} = (I_2 + I_3) R \quad (9)$$

Из (8) и (9) получаем

$$U_1 = U_2 + (I_2 + I_3) R \quad (10)$$

Из (2) и (3) и (10) следует, что

$$U_1 = U_2 + \frac{(U_2 + U_3) R}{r} \quad (11)$$

Из (7) и (11) получаем:

$$\frac{U_2 - U_3}{U_3} = \frac{U_1 - U_2}{U_2 + U_3}$$

$$U_2^2 + U_2 U_3 - U_1 U_3 - U_3^2 = 0 \quad (12)$$

Решая квадратное уравнение, получим:

$$U_2 = \frac{-U_3 + \sqrt{U_3^2 + 4U_3(U_1 + U_3)}}{2} \quad (13)$$

Подставляя значения, получаем: $U_2 = 10,7$ В

Ответ: $U_2 = 10,7$ В

Критерии оценивания:

1. Записан закон Ома для напряжений на вольтметрах (1), (2), (3) – **1 балл**
2. Получена формула для напряжения на втором вольтметре (4) – **2 балла**
3. Получена формула для напряжения на первом вольтметре (8) – **1 балл**
4. Получена формула для напряжения на втором резисторе (9) – **1 балл**
5. Получено квадратное уравнение для напряжений (12) – **3 балла**
6. Решено квадратное уравнение для напряжений (13) – **1 балл**
7. Вычислено напряжение на втором вольтметре – **1 балл**

Задача №5 (10 баллов)

Прогуливаясь по улице вдоль многоэтажного дома параллельно одной из его стен, прохожий, рост которого 190 см, заметил отражение солнца в панельных окнах 15-го этажа. Он сделал 370 шагов по 60 см каждый, а солнце тем временем прошло слева направо через 40 окон. Прохожий остановился и обратил внимание, он отбрасывает перпендикулярно дороге тень, равную ширине дороги, т.е. 2,5 м. Затем прохожий повернулся на 90 градусов, сделал 120 шагов по прямой и зашел домой – в комнату 3 м высотой и 5 м шириной, имеющей единственное окно, занимающее всю стену целиком. Определите толщины стен и межэтажных перекрытий в этом здании, погрешностью вычислений можно пренебречь.

Возможное решение:

1. Расстояние, пройденное вдоль дома вследствие прямолинейного распространения света равно расстоянию между крайними окнами, в которых видно отражение. Отсюда расстояние между соседними окнами равно:

$$S \approx \frac{370 \text{ шагов} \cdot 0,6 \frac{\text{м}}{\text{шаг}}}{40} = 5,55 \text{ м.}$$

S равно сумме ширины комнаты и ширины стены. Выходит, толщина стен составляет

$$d_1 = 5,55 \text{ м} - 5 \text{ м} = 55 \text{ см.}$$

2. Высота 15-го этажа определяется из рассмотрения подобных треугольников, образуемых (см.рисунок): один – телом прохожего, наблюдаемым отражённым лучом света и проекцией этого луча на горизонтальную плоскость, а другой – лучом, его проекцией и стеной дома.

Из подобия

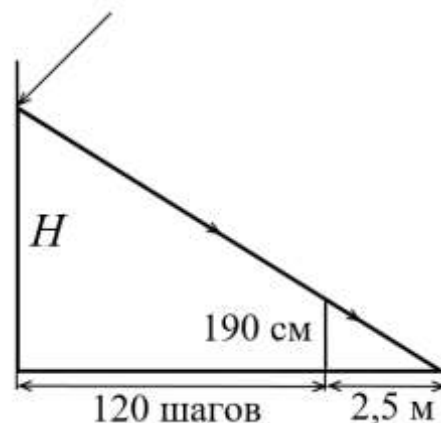
$$H = 1,90 \text{ м} \frac{120 \text{ шагов} \cdot 0,6 \text{ м шаг} + 2,5 \text{ м}}{2,5 \text{ м}} = 56,62 \text{ м}$$

Высота одного этажа с перекрытием составит:

$$h \approx \frac{H}{15} \approx 3,77 \text{ м.}$$

Вычитая высоту комнаты, получим толщину межэтажных перекрытий:

$$d_2 = 3,77 \text{ м} - 3 \text{ м} = 77 \text{ см.}$$



Критерии оценивания:

1. Указано, что перемещение вдоль дома равно перемещению отражения солнца – **1 балл**
2. Найдено расстояние между соседними окнами – **2 балла**
3. Найдена толщина стен – **1 балл**
4. Для нахождения высоты 15 этажа используется подобие соответствующих треугольников (в работе имеется рисунок либо словесное описание) – **2 балла**
5. Найдена высота одного этажа – **2 балла**
6. Найдена толщина межэтажных перекрытий – **2 балла**