

Приложение № 8  
к организационно-технологической модели  
проведения муниципального этапа  
всероссийской олимпиады школьников  
на территории города Омска

**ПРОТОКОЛ**  
проверки олимпиадной работы участника

Предмет МАТЕМАТИКА  
Класс 10  
Шифр М - 10 - 23  
№ тура (если есть) \_\_\_\_\_

Заполняется проверяющими членами жюри

№ заданий		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
Максимальное количество баллов		7	7	7	7	7	7					42
Баллы членов жюри	Эксперт 1	4 <i>мл</i>	7 <i>РД</i>	6 <i>мл</i>	7 <i>мл</i>	6 <i>мл</i>	2 <i>мл</i>					35
	Эксперт 2	4 <i>мл</i>	7 <i>мл</i>	6 <i>мл</i>	7 <i>мл</i>	6 <i>мл</i>	2 <i>мл</i>					35
Итоговый балл		7	7	6	7	6	2					35

Член Жюри *А* Зубарево И.А.  
Подпись / *А* Арешина АВ  
Член Жюри *В* Рашкина Д.В.  
Подпись / *В* ФИО

\*- количество столбцов с № задания соответствует количеству заданий по данному предмету муниципального этапа олимпиады



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№ 2.

$$n \in \mathbb{N}$$

Пусть  $n^2$  - наименьший из  $30^{\text{ти}}$  квадратов в последовательности.  
Тогда  $(n+29)^2$  - последний квадрат в последовательности

$$(n+29)^2 - n^2 \leq 2020 \quad (\text{т.к. в последовательности } 2021 \text{ чисел})$$

$$n^2 + 58n + 841 - n^2 \leq 2020$$

$$58n \leq 1179$$

⇓

$$n \leq 20$$

Тогда можно лишь выбрать последовательность из 2021 числа, в к-ю не входит  $19^2$ , но входит  $20^2$ ; входит  $49^2$ , но не входит  $50^2$

Пример,  $[381; 2401]$ .

$$(\text{чисел } 2401 - 380 = 2021)$$

$$19^2 = 361, \quad 361 \notin [381; 2401]$$

$$20^2 = 400, \quad 400 \in [381; 2401]$$

$$49^2 = 2401, \quad 2401 \in [381; 2401]$$

$$50^2 = 2500, \quad 2500 \notin [381; 2401],$$

т.е. в последовательности входят квадраты  $30^{\text{ти}}$  последующих натуральных чисел  $(20 \dots 49)$  и только их.

(можно, что нет чисел в  $[381; 2401]$  не явл. квадратами)

Ответ: люб чисел от 381 до 2401 (включительно)

$$[381; 2401]$$



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.  
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

~ 3.

П.к. ~~т~~ трапеция можно вписать в окружность, ~~она~~  $r/\sqrt{5}$ ,  
 $AB = CD$

П.к. в трапецию можно вписать окружность, ~~если~~ ~~ее~~ ~~свойства~~  
ее противоположные стороны равны  $\Rightarrow AB = CD = 4$

Проведем высоту  $AM$ ,  $AM = \frac{AD - BC}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow AM = 1$  (так как  $r/\sqrt{5}$  тр.)

$BM$  по т. Пифагора ( $\triangle AMB$ )  $= \sqrt{15}$

$2$ -радиус впис. окр.,  $2r = h \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2r}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$OE, OX, OF$  - радиусы ( $O: 2$ ),  $\perp AB, BC$  и др. ~~свойств.~~

$BE = BX = CX = CF$  как отр. кас.  $= 1,5$ .

$\triangle OEB = \triangle OXB = \triangle OXC = \triangle OFC$  (по др. катетам  $OE = OF = 1,5$  и гип.  $OB = OC = 2$ ,  $\angle O = 90^\circ$ )

$\Downarrow$

$$S_{BCFOE} = S_{OEB} + S_{OXB} + S_{OXC} + S_{OFC} = 4 S_{OEB} = \frac{4 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{15}}{4}$$

$$= 1,5 \sqrt{15} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$$

Ответ:  $S_{BCFOE} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

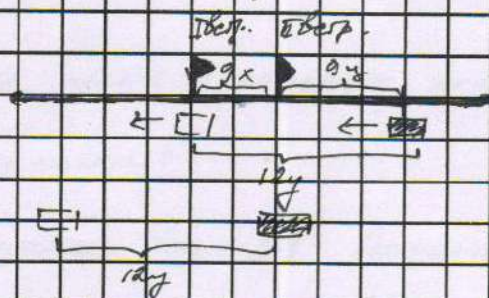
Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.  
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

~ 4.

Пусть  $x$  км/ч - 1<sup>я</sup> машина,  
 $y$  км/ч - 2<sup>я</sup> автобуса

I Рассмотрим ситуацию, когда автобусы и машины едут в ~~одном~~ <sup>разн.</sup> на противополож. направлениях.

Запишем, что расстояние между двумя соседними автобусами, ~~два~~ <sup>два</sup> машины -  $12y$  в одну сторону =  $12y$

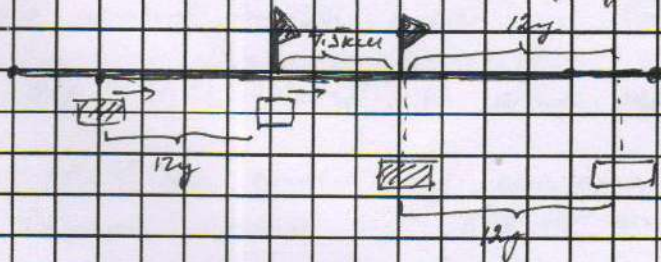


расстояние между машинами  
=  $2x$ , т.к. машина встречает на встречном полосе автобус каждую минуту

расстояние от первого автобуса до 2<sup>го</sup> машины  $2y$  (дважды за минуту)

$$2x + 2y = 12y \Rightarrow 2x = 10y$$

II Автобусы и машины едут в одну сторону:



За то время, за которое машина проедет  $4,5$  км,

автобус проедет  $(12y + 4,5)$  км  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4,5}{x} = \frac{4,5}{y} + 12;$$



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

$$\sqrt{3x-7}; \quad \frac{4,5}{x} = \frac{4,5}{\frac{x}{4}} + 12 \Rightarrow \frac{4,5}{x} = \frac{1,5}{x} + 12;$$

$$3 = 12x$$

$$x = 0,25 \text{ км/мин} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 15 км/ч

~5

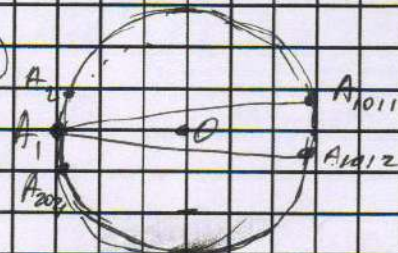
П.к. многоугольник правильный, его можно вписать в окружность.

Вершины всех  $\Delta$ -в - вершины многоугольника.

П.к.  $2021$  - нечет. число, центр окружности не лежит на диагонали.

Все треугольники, лежащие в одной полукруге - равнос. (центр угла  $7/180^\circ$ )

Возмож  $\Delta$ -к -  $\Delta$ -к, центр. отнс. окр-ти которого лежит внутри  $\Delta$ -ка.



(Впис. окр.  $A_1, A_2, \dots, A_{2021}$  лев. отнс. окр-тью для  $\Delta$  и  $\Delta$ -в)

П.к.  $O \notin$  ни одной из диагоналей она обязательно лежит внутри одного из  $\Delta$ -в  $\Rightarrow$  один в основании треугольника

Тогда вершины того треугольника -  $A_x, A_y, A_z$



ПРЕДМЕТ

М. А Т Е М А Т И К А

КЛАСС

10

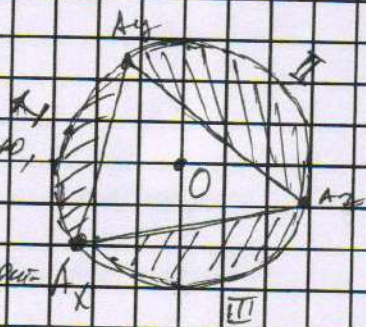
ШИФР

М-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Пусть 3 точки делят эту окружность на 3 дуги.

П.к. диагональ не А-се по углу, все остальные д-ки, в когд та одна вершина к-х не св-ся точками Ах, Ау, Аз, будут касаться с в закраш. областях т.е будут густо покрываться, т.к. лежат в одной полуплоскости (с О или в этих д-в)



Ровно одна из всех полукруговых с-в А-в образуют касательные



(279)

~1

$$\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{a+c} + \frac{c-b}{a+b} = 1$$

$$\frac{a-c}{b+c} + \frac{b+c}{b+c} + \frac{b-a}{a+c} + \frac{a+c}{a+c} + \frac{c-b}{a+b} + \frac{a+b}{a+b} = \frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+c} + \frac{a+c}{a+b}$$

каждый

Каждый из этих трех членов в сумме 1,

$$\frac{b+c}{b+c} = 1, \frac{a+c}{a+c} = 1, \frac{a+b}{a+b} = 1 \Rightarrow \text{каждый член в сумме}$$

даст 4

Ответ: 4



ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

КЛАСС 10

ШИФР М-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№ 6

Прямоугольника =  $7 \cdot 11 = 77$

Его можно разбить на квадраты площадью 4 и 3  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x + 4y = 77$  — число в членах числа  $x$

$x = 3 + 4t$

$y = 17 - 3t$

$x \geq 0$  и  $y \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t \in [0; 5]$

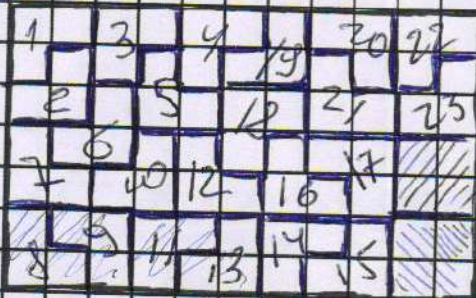
$x$  — кол-во углов  
 $y$  — кол-во квадратов  $2 \times 2$

$x$	3	7	11	15	19	23
$y$	17	14	11	8	5	2
	Ⓘ	Ⓚ	Ⓛ	Ⓜ	Ⓝ	Ⓟ

Пример:

Для Ⓘ ситуация:

Для Ⓝ ситуация:



на этой картинке

углы № 8, 9, 11 и 13  
заменить на 3 квадрата  $2 \times 2$ .

1 ситуация:

П.к длины сторон — чет. числа, к стороне добавлено

число 'прилегал' к ней бы 1 угол от границы застыло,

т.е.:



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.  
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.



(или зеркально)

Вырку, симметричную зеркальн. площадке делаем  
сним собственным образом:



⇒ для каждой стороны нужно  
хотя бы вырезать, чтобы замкнуть  
прямоугольник с одной стороны

(т.к.  $a=7, b=11$ ;  $a, b \neq 2$  и  
и те же уголки "не достанутся"  
до противоположных сторон)

(не влияет на длину стороны, т.к.  
вырезаем не меняя жесткости  
дл. стороны)  
(сним)

Поскольку один уголок не касается другой, то граничные  
элементы смежных сторон треугольника:



Это можно считать собственн. образам  
тогда угловая клетка не перекрывается

для такой.

Сторона прямоуголь-  
ника хотя бы  $a$  приле-  
гающих уголков ⇒

⇒  $x > 8$  (т.к.  $x$ -налетно, иначе площадь всей фигуры  
была бы равна)



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

10

ШИФР

M-10-23

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.  
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Ситуации I и II невозможны, г.к.

$$x_I = 3, \quad x_{II} = 7$$

~~Ситуации~~

III и IV ситуации являются загадками (пока что)...

Ответ: 1.) 19 угольников и 5 квадратов;

2.) 23 угольника и 2 квадрата



Примерно  
200  
20.