

Приложение № 8
к организационно-технологической модели
проведения муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
на территории города Омска

ПРОТОКОЛ
проверки олимпиадной работы участника

Предмет МАТЕМАТИКА
Класс 11
Шифр М-11-12
№ тура (если есть) _____

Заполняется проверяющими членами жюри

№ заданий		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
Максимальное количество баллов		7	7	7	7	7	7					
Баллы членов жюри	Эксперт 1	7 MK	7 MK	7 13	7 1	7 MK	7 MK					
	Эксперт 2	7 MK	7 MK	7 MK	7 MK	7 MK	7 MK					
Итоговый балл		7	7	7	7	7	7					42

Член Жюри Ку Ишарова Е.В.

Член Жюри Кул Колчешенко Г.И.

Подпись / ФИО

*- количество столбцов с № задания соответствует количеству заданий по данному предмету муниципального этапа олимпиады

ПРЕДМЕТ

М А Т Е М А Т И К А

КЛАСС

11

ШИФР

М - 11 - 12

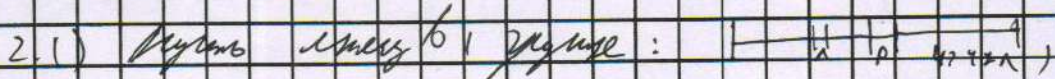
Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

11

1) Рассмотрим следующую конструкцию:



2) Заметим, что расстояние между крайними точками, равно же расстоянию между:



тогда слева от него x , а справа $(47-x-1) + 42-47$,

$$42x = 47-x-1 + 42-47$$

$$43x = 43-47-1 \text{ — решим на } (43x:43), \text{ а } 43-47-1 \text{ (43)} \text{ (} x > 0 \text{)}$$

2.2) точка между A и B во 2 группе, между точками A и B от него x , а слева $(47-x-1) + 42-47$

$$42(47-x-1) + 42-47 = x$$

$$42 \cdot 47 + 42^2 \cdot 47 - 42 = 43x$$

$$43 \cdot 42 \cdot 47 - 42 = 43x \text{ — решим на } (43 \cdot 42 \cdot 47 : 43) \text{ (} x > 0 \text{)}$$

$$43x : 43$$

$$42 \mid 43$$

47-1 \Rightarrow произвольное расположение точек
условно

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-12

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№2

$$4 \cos x \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 3x$$

$$2 \cos x \left(\cos 2x - \frac{1}{2}\right) = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2 \left(\cos 2x - \frac{1}{2}\right) = 4 \cos^2 x - 3 \quad \left(\text{или } \cos x = 0 - \text{не верно} \right)$$

(0 ≠ 0)

$$2 \left(2 \cos^2 x - \frac{3}{2}\right) = 4 \cos^2 x - 3$$

$$4 \cos^2 x - 3 = 4 \cos^2 x - 3 - 4 \cos^2 x$$

$$0 = 0$$



ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

17

ШИФР

А-11-12

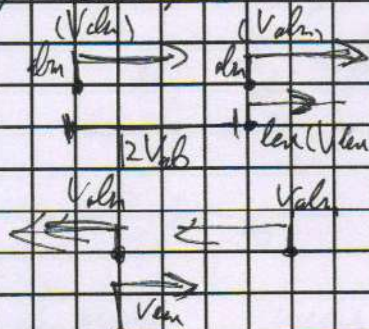
Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№3

1) Будем считать t км/мин

1) А.К. скорости автобуса ($V_{об}$) и конки ($V_{кон}$) — постоянны \Rightarrow \rightarrow длину автобуса считаем в одном направлении относительно и равно: $12 \sqrt{V_{об} V_{кон}}$, но длина

расстояние от центра конки



2.1) $t_{кон} = \frac{12 V_{об}}{V_{об} - V_{кон}} \Rightarrow S_{кон} = \frac{12 V_{об}}{V_{об} - V_{кон}} V_{кон}$
 Но получено $S_{кон} = \frac{12 V_{об}}{V_{об} - V_{кон}} V_{кон} = 4,5 (км)$

2.2) $t_{кон} = \frac{12 V_{об}}{V_{об} + V_{кон}}$ но получено это же
 Умножив:

$$\left(\frac{12 V_{об}}{V_{об} - V_{кон}} \right) V_{кон} = 4,5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12 V_{об}}{V_{об} - V_{кон}} = 9 \Rightarrow V_{об} = 3 V_{кон} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{36 V_{кон}}{2 V_{кон}} \right) V_{кон} = 4,5 \Rightarrow 18 V_{кон} = 4,5 \Rightarrow V_{кон} = \frac{4,5}{18} = \frac{1}{4} \text{ км/мин}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$ км/мин.

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-12

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№4

1) Пусть $n = p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_k^{k_k}$ и $k \geq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (n-1)! \equiv -1 \pmod{p_i^{k_i}}$; $n-1 \geq p_i^{k_i}$; $n-1 \geq p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_k^{k_k}$

но тогда очевидно, что $(n-1)! \equiv -1 \pmod{p_i^{k_i}}$; $(n-1)! \equiv -1 \pmod{p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_k^{k_k}}$

но определены и т.д. $p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq \dots \neq p_k$.

2) Пусть число $n = p^\alpha$ ($\alpha > 1$), тогда

$p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p < n-1$

но $(p-1)(\alpha-1)$ чисел

$p^{\alpha-1}, 2p^{\alpha-1}, \dots, (p-1)p^{\alpha-1} < n-1$

А значит число $(p-1)(\alpha-1) < \alpha$:
 $p - p - \alpha + 1 < \alpha$
 $2(p-2) - \alpha + 2 < 1$
 $(\alpha-1)(p-2) < 1$, но $p \geq 2$; $\alpha > 1 \Rightarrow p=2$

Пусть $n = 2^\alpha$ (из условия $n > 2 \Rightarrow \alpha \geq 2$), но тогда

$n-1 > 2^{\alpha-1}$, $n-1 > 2$ и $2^{\alpha-1} \neq 2 \Rightarrow (n-1)! \equiv -1 \pmod{2^\alpha}$

т.е. в единственном случае $n = p_1 = 4$

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

11

ШИФР

М-11-12

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

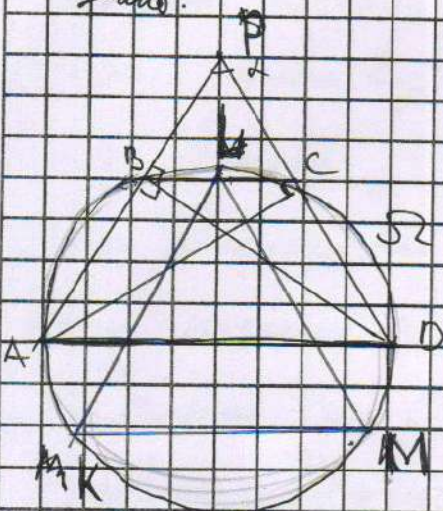
№5

Дано:

$ABCD$ - μ в. $\angle ABD = 90^\circ$ $AB \parallel KL$; $CD \parallel ML$
 ΔKLM - μ в

Доказ-ть: $S_{ABCO} = S_{KLM}$

Доказ-во:



1) Заметим, что $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ \Rightarrow$ для удобства

AB го перпендикуляр $CD \Rightarrow (P) \rightarrow$

AC и BD - высоты μ в ΔAPD ($AP = PD$),

2) Как известно: $\Delta APD \sim \Delta BPC$ и $\frac{S_{APD}}{S_{BPC}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

(т.н. $\frac{PC}{AP} = \cos \alpha$; т.н. $\angle ACP$ - острый) \Rightarrow если $S_{APD} = S$,
 то $S_{BPC} = S \cos^2 \alpha \Rightarrow S_{ABCO} = S - S_{BPC} = S - S \cos^2 \alpha = S \sin^2 \alpha$.

3) Заметим, что $\angle KLM = \angle APD$, т.к. $AB \parallel KL$ и $CD \parallel ML$,
 но тогда $\angle KLM = \angle APD = \alpha \Rightarrow \frac{KM}{\sin \alpha} = \frac{AD}{2R} = \frac{KM}{2R} = \sin \alpha$.

4) Т.н. ΔKLM - μ в и $\angle KLM = \angle APD$, но и ΔAPD - μ в \Rightarrow
 $\Rightarrow \Delta APD \sim \Delta KLM$, с μ н коэффициентом $\frac{AD}{KM}$, но $AD = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AP}{KM} = \sin \alpha$, $\frac{S_{APD}}{S_{KLM}} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow S_{KLM} = S \sin^2 \alpha$:

$S_{KLM} = S \sin^2 \alpha = S \sin^2 \alpha = S_{ABCO}$ - ЧТД. \odot

ПРЕДМЕТ

М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А										
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

КЛАСС

1	1
---	---

ШИФР

М	-	1	1	-	1	2													
---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№6

1) Заметим, что все группы в любой момент могут иметь вид 3^k , где $k \in \mathbb{N}_0$ ($\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$), т.е. в начале $1 = 3^0$, а далее $k = 3 \cdot 3^k = 3^{k+1}$. Давайте рассмотрим "уровни групп" где на уровне k групп размером 3^k (начальные группы на 0 уровне)

1) Заметим, что 1 группа или убывает в группу с уровнем k и образуется 1 группа на уровне $k+1$. Пусть считаем так, что мы не можем сразу подхватить группу с 0 уровня вверх, заметим, что на 0 уровне ровно 2 группы, т.е. если далее мы можем ~~уже~~ сформировать дог ~~структуру~~, а $2021 \equiv 2 \pmod 3$, заметим также, что группы не могут переходить через уровни, а значит на 1 уровне (возможно в разное время) образовалось $(2021-3)/3$ групп (673). Другим аналогичным образом можно сказать и про 1 уровень, учитывая на нем оказалось ровно 1 группа.

2) Заметим, что раз группы не могут переходить через уровни, то мы можем рассмотреть общее кол-во сформированных догов: $\lfloor \frac{k}{3} \rfloor$ - ~~число групп~~
~~на 0 уровне, образованных на первом уровне~~
~~на 1 уровне, образованных на втором уровне~~
 $\lfloor \frac{2021}{3} \rfloor + \lfloor \frac{2021}{3^2} \rfloor + \dots = 673 + 224 + 74 + 24 + 8 + 2 = 1005$, а т.к. у 1 - нечетные договы, значит их будет половина.
 Ответ: ~~получается~~ 1 группа.