Приложение № 8
к организационно-технологической модели
проведения муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
на территории города Омска

ПРОТОКОЛ
проверки олимпиадной работы участника

Предмет математика
Класс 11
Шифр М-11-25
№ тура (если есть)

Заполняется проверяющими членами жюри

№ заданий		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**ИТОГО**
Максимальное количество баллов		7	7	7	7	7	7					
Баллы членов жюри	Эксперт 1	7	7 ИЛ	7	7	7	7					
	Эксперт 2	7	7	7	7 МК	7	7 ММА					
Итоговый балл		7	7	7	7	7	7					42

Член Жюри Катаисова

Подпись / ФИО

Член Жюри Бакликов М.М

Подпись / ФИО

*- количество столбцов с № задания соответствует количеству заданий по данному предмету муниципального этапа олимпиады

Всероссийская олимпиада школьников Муниципальный этап

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	11
ШИФР	М-11-25		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

7

Задача №1

Т.к в ряду один рыцарь то лжецов = 2022 - 1 = 2021

Пусть справа от рыцаря стоят 42x лжецов, а слева - x лжецов, тогда:

$42x + x = 2021$
$43x = 2021$
$x = 47.$

Таким образом, пример подобного ряда:

$\underbrace{ЛЛ \ldots Л}_{47} Р \underbrace{ЛЛ \ldots Л}_{1974}$ Л - лжецы

Р - рыцарь

При такой расстановке ни один лжец не скажет правду (для стоящих слева от рыцаря лжецов справа лжецов будет больше чем в 42 раза больше чем слева; для стоящих справа от рыцаря - наоборот)

Ответ: 47 лжецов, рыцарь, 1974 лжеца

Задача №2

1) $\cos 3x = \cos(2x + x) = \cos 2x \cdot \cos x - \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\, 2x \cdot \overset{\sin}{\cancel{\cos}} x = (\cos^2 x - \sin^2 x)\cos x -$
$- 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = \cos x(\cos^2 x - \sin^2 x - 2\sin^2 x) = \cos x(\cos^2 x - 3\sin^2 x)$

2) $4\cos x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3}) \cdot \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 4\cos x \cdot (\cos x \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin x \cdot \sin\frac{\pi}{3}) \cdot$
$\cdot (\cos x \cos\frac{\pi}{3} + \sin x \cdot \sin\frac{\pi}{3}) = 4\cos x \left(\frac{\cos x}{2} - \frac{\sqrt{3}\sin x}{2}\right)\left(\frac{\cos x}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin x}{2}\right) =$
$= 4\cos x \cdot \frac{\cos^2 x - 3\sin^2 x}{4} = \cos x(\cos^2 x - 3\sin^2 x)$

3) $\cos(\cos^2 x - 3\sin^2 x) = \cos x(\cos^2 x - 3\sin^2 x) \Rightarrow 4\cos x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3}) \cdot \cos(x - \frac{\pi}{3}) =$
$= \cos 3x$ ч.т.д.

7б

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 11

ШИФР М-11-25

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача №3

1) Пусть $\vartheta_п$ - скорость почтальона
$\vartheta_А$ - скорость автобуса

2) Т.к. временные интервалы движения автобусов равны, то и расстояние между ними одинаково. Обозначим его за S

3) Если бы почтальон не двигался, то встречные автобусы проезжали бы мимо него каждые 12 минут (интервал движения автобусов) и проходили бы за это время расстояние S, тогда:

$$\begin{cases}(\vartheta_А+\vartheta_п)\cdot\frac{9}{60}=S\\ \vartheta_А\cdot\frac{12}{60}=S \ (1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9\vartheta_А+9\vartheta_п=60S\\ 12\vartheta_А=60S\end{cases}$$

$9\vartheta_А+9\vartheta_п=12\vartheta_А$

$\vartheta_А=3\vartheta_п$

4) Пусть t - время за которое попутный автобус догоняет почтальона, тогда:

$\begin{cases}\cancel{\vartheta_А\cdot t=S+4{,}5}\\ \cancel{\vartheta_п\cdot t=4{,}5}\end{cases}$ $\vartheta_п\cdot t=4{,}5 \Rightarrow t=\frac{4{,}5}{\vartheta_п}$

5) Когда попутный автобус догоняет почтальона он должен преодолеть расстояние S, тогда:

$t(\vartheta_А-\vartheta_п)=S$

$\frac{4{,}5}{\vartheta_п}(3\vartheta_п-\vartheta_п)=S \Rightarrow S=4{,}5\cdot2=9$

6) (1): $\vartheta_А\cdot12=60S \Rightarrow 3\vartheta_п\cdot12=60S \Rightarrow 3\vartheta_п=5S \Rightarrow \vartheta_п=\frac{5\cdot S}{3}=\frac{5\cdot9}{3}=\boxed{15}$ км/ч

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 11

ШИФР М-11-25

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача №3 (продолжение)

Ответ: скорость почтальона = 15 км/ч

Задача №4

1) Предположим, что n - составное число и рассмотрим 2 случая:

а) n - не квадрат простого числа. Тогда n можно представить в виде двух множителей, меньших n, но в таком случае эти множители входят в $(n-1)! \Rightarrow (n-1)! \vdots n$ - противоречие

б) n - квадрат простого числа. Тогда один из множителей $n = \sqrt{n}$. Т.к. по условию $n > 4$, то $2\sqrt{n} < n$. Тогда числа $\sqrt{n}$ и $2\sqrt{n}$ входят в $(n-1)!$, но в таком случае $(n-1)! \vdots n$ - противоречие

Таким образом n не может быть составным числом $\Rightarrow n$ - простое ч.т.д.

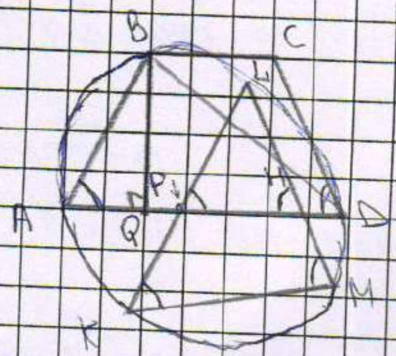
Задача №5

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 11

ШИФР М-11-25

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача №5 (продолжение)



Дано:

$ABCD$ - р.б. трапеция

$\angle ABD = 90°$

$AD = 2R$ (диаметр)

$KL = LM$

$KL \parallel AB$

$LM \parallel CD$

Док-ть что $S_{ABCD} = S_{KLM}$

Док-во:

1) $ABCD$ - р.б трапеция $\Rightarrow \angle BAD = \angle CDA$ и $\angle ABC = \angle BCD$

2) Пусть $\angle CBD = \alpha$, тогда $\angle ABC = \angle BCD = 90 + \alpha$; для $\angle BAD = \angle CDA = 180 - (90+\alpha) = 90 - \alpha$; $\angle BDA = 180 - 90 - (90 - \alpha) = \alpha$

3) $KL \parallel AB$, AD - секущая $\Rightarrow \angle BAD = \angle LPH$

Аналогично $\angle CDA = \angle LHP$

Т.к. $\angle BAD = \angle CDA$ то $\angle LPH = \angle LHP$

4) В $\triangle LPH$:

$\angle LPH + \angle LHP = 180 - \angle PLH$

В $\triangle KLM$:

$\angle LKM + \angle LMK = 180 - \angle KLM$

$\angle PLH = \angle KLM$
$\angle LPH = \angle LHP$ (п.3)
$\angle LKM = \angle LMK$ ($KL = LM$)
$\Rightarrow \angle LPH = \angle LHP = \angle LKM = \angle LMK = \angle BAD = \angle CDA = 90 - \alpha$

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 11

ШИФР М-11-25

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача №5 (продолжение)

5) В $\triangle ABD$ по теореме синусов:

$\frac{BD}{\sin(90-\alpha)} = 2R$

В $\triangle KLM$ по теореме синусов:

$\frac{KL}{\sin(90-\alpha)} = \frac{LM}{\sin(90-\alpha)} = 2R$

то есть $BD = KL = LM$

6) Проведем $BQ \perp AD$;

т.к. $ABCD$ - р.б трапеция, то $QD = \frac{AD+BC}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD} = BQ \cdot QD$

7) В $\triangle BQD$:

$BQ = BD \cdot \sin\alpha$
$QD = BD \cdot \cos\alpha$ $(\angle BDQ = \alpha) \Rightarrow S_{ABCD} = BD \cdot \sin\alpha \cdot BD \cdot \cos\alpha =$

$= BD^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$

8) В $\triangle KLM$:

$\angle KLM = 180 - 2\angle LKM = 180 - 2(90-\alpha) = 2\alpha$

9) $S_{KLM} = \frac{KL \cdot LM \cdot \sin\angle KLM}{2} = \frac{BD \cdot BD \cdot \sin 2\alpha}{2} = \frac{BD^2 \cdot 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{2} =$

$= BD^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

10) $BD^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = BD^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \rightarrow S_{ABCD} = S_{KLM}$ ч.т.д.

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 11

ШИФР М-11-25

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

Задача №6

1) Изначально в игре находится 2021 орех; столько же остается в конце

2) Заметим что за 1 ход из трёх кучек по x орехов получается одна куча с $3x$ орехов

3) т.к изначально в каждой куче по 1 (3^0) ореху то в любой момент игры в любой куче будет 3^n орехов, где n - количество ходов, за которое образовалась эта куча

4) т.к в конце игры никто не может сделать ход то в игре нет никаких трёх куч с одинаковым числом орехов

5) Представим 2021 как сумму орехов в оставшихся кучах:

$2021 = 729 + 729 + 243 + 243 + 27 + 27 + 9 + 9 + 3 + 1 + 1$ (единственное представление т.к. каждый раз берём максимально возможное число орехов, а ~~81+81<243~~ $81+81+3<243$) то есть

$2021 = 2\cdot 3^6 + 2\cdot 3^5 + 2\cdot 3^3 + 2\cdot 3^2 + 3^1 + 2\cdot 3^0$

Таким образом в игре было сделано:

$2\cdot 6 + 2\cdot 5 + 2\cdot 3 + 2\cdot 2 + 1 + 2\cdot 0 = 12+10+6+4+1 = 22+10+1 = 33$

хода => последний ход сделает Петя => Петя выиграет в любом случае, т.к представление числа 2021 единственно

Ответ: выиграет Петя при любой игре