

Приложение № 8
к организационно-технологической модели
проведения муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
на территории города Омска

ПРОТОКОЛ
проверки олимпиадной работы участника

Предмет МАТЕМАТИКА
Класс 9
Шифр М-9-30
№ тура (если есть) _____

Заполняется проверяющими членами жюри

№ заданий		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ИТОГО
Максимальное количество баллов		7	7	7	7	7	7					
Баллы членов жюри	Эксперт 1	7 О.В.	7 Т.И.	7 Е.Р.	7 А.Б.	7 И.У.	6 А.Б.					
	Эксперт 2	7 К.С.	7 Т.Б.	7 В.Н.	7 А.А.	7 И.С.	6 И.У.					
Итоговый балл		7	7	7	7	7	6					41

Член Жюри

Сиверз Сиверз Л.И.

Член Жюри

Подпись / Лаш ФИО Лаш О.В.

Подпись / _____ ФИО _____

* - количество столбцов с № задания соответствует количеству заданий по данному предмету муниципального этапа олимпиады

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	09
ШИФР	M-9-30		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

1/1
 Может, наоборот
 $\frac{9995}{10000} + \frac{4949}{10000} = \frac{14944}{10000} > 1$ значит
 может. 75

1/2
 пусть в сосуде было n, m и k литров соответственно.
 После переливания будет $0,9n, 0,8m$ и $0,4k$.
 Тогда справедливо:
 $(n+m+k) \cdot 0,45 = 0,9n + 0,8m + 0,4k$
 $0,05k = 0,15n + 0,05m \quad | : 0,05$
 $k = 3n + m$, заметим, что в каждом сосуде у нас
 был - в литрах > 0 , значит $k \geq 3 + 1 = 4$.
+ 75.

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА КЛАСС 09

ШИФР М-9-30

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

13

Положим стороны треугольника $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

Так как $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $CF \perp AB$, то $\angle ADB = \angle AEC = \angle BFC = 90^\circ$.

Рассмотрим $\triangle BHC$ и $\triangle MNP$. Так как $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $CF \perp AB$, то $\angle BHC = 180^\circ - \angle A$. Аналогично $\angle MNP = 180^\circ - \angle A$. Значит $\angle BHC = \angle MNP$.

Также $\angle HCB = \angle NCP$ и $\angle HBC = \angle MNP$. Следовательно $\triangle BHC \sim \triangle MNP$.

Отсюда $\frac{BC}{MN} = \frac{HC}{NP} = \frac{a}{b}$.

Аналогично $\frac{AC}{MP} = \frac{b}{c}$ и $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{a}$.

Поэтому $\frac{BC}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{AB}{PM} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = k$.

Отсюда $BC = k \cdot MN$, $AC = k \cdot MP$, $AB = k \cdot PM$.

Таким образом, $\triangle ABC \sim \triangle MNP$.

По условию:

$$\begin{cases} \frac{BC}{MN} = 1 & (1) \\ \frac{AC}{MP} = 4 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $\frac{a}{b} = 1$, $a = b$. Из (2) $\frac{b}{c} = 4$, $b = 4c$.

Подставим $a = b = 4c$ в (1): $\frac{4c}{4c} = 1$, что верно.

Таким образом, $a = b = 4c$.

Следовательно, $\triangle ABC$ — равнобедренный с основанием $AB = c$.

В равнобедренном треугольнике AD — медиана, $BD = DC = \frac{c}{2}$.

Высота $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{16c^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{3c}{2}$.

Точка M — середина AD , $AM = MD = \frac{3c}{4}$.

Точка N — середина BE . Высота $BE = \frac{c}{2}$, $BN = NE = \frac{c}{4}$.

Точка P — середина CF . Высота $CF = \frac{c}{2}$, $CP = PF = \frac{c}{4}$.

Сторона $MN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $MP = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $PN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Следовательно, $\triangle MNP$ — равносторонний с длиной стороны $\frac{c}{2}$.

Соотношение $\frac{BC}{MN} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$.

Но по условию $\frac{BC}{MN} = 1$. Противоречие.

Проверим второе соотношение: $\frac{AC}{MP} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Проверим третье соотношение: $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{\frac{c}{2}} = 2$. Противоречие.

Следовательно, $\triangle ABC$ не равнобедренный.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = 1 & (1) \\ \frac{b}{c} = 4 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $a = b$. Из (2) $b = 4c$. Подставим $a = 4c$ в (1): $\frac{4c}{4c} = 1$, что верно.

Таким образом, $a = b = 4c$.

Сторона $BC = a = 4c$. Сторона $AC = b = 4c$. Сторона $AB = c$.

Высота $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{16c^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{3c}{2}$.

Точка M — середина AD , $AM = MD = \frac{3c}{4}$.

Высота $BE = \frac{c}{2}$. Точка N — середина BE , $BN = NE = \frac{c}{4}$.

Высота $CF = \frac{c}{2}$. Точка P — середина CF , $CP = PF = \frac{c}{4}$.

Сторона $MN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $MP = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $PN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Следовательно, $\triangle MNP$ — равносторонний с длиной стороны $\frac{c}{2}$.

Соотношение $\frac{BC}{MN} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AC}{MP} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{\frac{c}{2}} = 2$. Противоречие.

Следовательно, $\triangle ABC$ не равнобедренный.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = 1 & (1) \\ \frac{b}{c} = 4 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $a = b$. Из (2) $b = 4c$. Подставим $a = 4c$ в (1): $\frac{4c}{4c} = 1$, что верно.

Таким образом, $a = b = 4c$.

Сторона $BC = a = 4c$. Сторона $AC = b = 4c$. Сторона $AB = c$.

Высота $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{16c^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{3c}{2}$.

Точка M — середина AD , $AM = MD = \frac{3c}{4}$.

Высота $BE = \frac{c}{2}$. Точка N — середина BE , $BN = NE = \frac{c}{4}$.

Высота $CF = \frac{c}{2}$. Точка P — середина CF , $CP = PF = \frac{c}{4}$.

Сторона $MN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $MP = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $PN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Следовательно, $\triangle MNP$ — равносторонний с длиной стороны $\frac{c}{2}$.

Соотношение $\frac{BC}{MN} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AC}{MP} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{\frac{c}{2}} = 2$. Противоречие.

Следовательно, $\triangle ABC$ не равнобедренный.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = 1 & (1) \\ \frac{b}{c} = 4 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $a = b$. Из (2) $b = 4c$. Подставим $a = 4c$ в (1): $\frac{4c}{4c} = 1$, что верно.

Таким образом, $a = b = 4c$.

Сторона $BC = a = 4c$. Сторона $AC = b = 4c$. Сторона $AB = c$.

Высота $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{16c^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{3c}{2}$.

Точка M — середина AD , $AM = MD = \frac{3c}{4}$.

Высота $BE = \frac{c}{2}$. Точка N — середина BE , $BN = NE = \frac{c}{4}$.

Высота $CF = \frac{c}{2}$. Точка P — середина CF , $CP = PF = \frac{c}{4}$.

Сторона $MN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $MP = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $PN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Следовательно, $\triangle MNP$ — равносторонний с длиной стороны $\frac{c}{2}$.

Соотношение $\frac{BC}{MN} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AC}{MP} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{\frac{c}{2}} = 2$. Противоречие.

Следовательно, $\triangle ABC$ не равнобедренный.

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = 1 & (1) \\ \frac{b}{c} = 4 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $a = b$. Из (2) $b = 4c$. Подставим $a = 4c$ в (1): $\frac{4c}{4c} = 1$, что верно.

Таким образом, $a = b = 4c$.

Сторона $BC = a = 4c$. Сторона $AC = b = 4c$. Сторона $AB = c$.

Высота $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{c}{2})^2} = \sqrt{16c^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{3c}{2}$.

Точка M — середина AD , $AM = MD = \frac{3c}{4}$.

Высота $BE = \frac{c}{2}$. Точка N — середина BE , $BN = NE = \frac{c}{4}$.

Высота $CF = \frac{c}{2}$. Точка P — середина CF , $CP = PF = \frac{c}{4}$.

Сторона $MN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $MP = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Сторона $PN = \sqrt{(\frac{3c}{4})^2 + (\frac{c}{4})^2} = \frac{c}{2}$.

Следовательно, $\triangle MNP$ — равносторонний с длиной стороны $\frac{c}{2}$.

Соотношение $\frac{BC}{MN} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AC}{MP} = \frac{4c}{\frac{c}{2}} = 8$. Противоречие.

Соотношение $\frac{AB}{PM} = \frac{c}{\frac{c}{2}} = 2$. Противоречие.

Следовательно, $\triangle ABC$ не равнобедренный.

7

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

КЛАСС 09

ШИФР М-9-30

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете. Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

4
 Рассмотрим как точку с номером 5. Если она сильная, то
 из вставки правила известно 30-земельная, если
 5-земельная, тогда купючка 1- тоже земельная
 (иначе 1 и 5 разрозненные не сумма 6-рынок
 противоречие). Тогда 30-не сильная, т.к. иначе 30 и
 1-разрозненные и не проведём - 30-земельная.
 Противоречие 75

5

Проведём биссектрисы
 из A и B, их точка пересечения
 K центр вписанной окружности ABC
 (I). Пусть $\angle ACI = \alpha$, тогда $\angle ICB = \alpha$,
 $\angle CBI = \angle IBK = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$, $\angle ICB = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$ (CI - тоже биссектриса)
 $\angle ICI = 45^\circ - 2\alpha = 45^\circ - \alpha = \angle IBK$, значит
 $\angle IBI = \angle ICI$, тогда $\angle CCI = \angle CBI = 45^\circ - \alpha = \angle ICI$,
 значит $CI = IK$, аналогично $CI = IK$, тогда точка I
 равноудалена от вершин C, B и K, значит I - центр
 описанной окружности CKB. 78

ПРЕДМЕТ	МАТЕМАТИКА	КЛАСС	09
ШИФР	M-9-30		

Пишите аккуратно и разборчиво. Не забудьте указать номер задания, которое вы выполняете.
Условия заданий переписывать не нужно. Выполнив задания, пронумеруйте все страницы.

№6
 Пусть n — величина конуса — то число сторон конуса
 полные квадраты — $n^2, (n+1)^2, (n+2)^2, \dots, (n+29)^2$. Тогда
 заметим, что $(n+29)^2 - n^2 \geq 2021$, $29(2n+29) = 58n + 841 \geq 2021$,
 $58n \geq 1180$, $n \geq 20$ (n — натуральное). Также, что n
 эти числа не было достаточно большого квадрата
 пусть $(n+30)^2 - (n-1)^2 \geq 2021$, $31(2n+29) = 62n + 899 \geq 2021$,
 $62n \geq 1122$, $n \geq 19$ (n — натуральное). Значит $n = 19$ или 20 .
~~Важно~~ заметим, что последовательность может представлять
 начальный член. Если $n=19$, то начальный член равен
 $19^2 + 1 = 325$ (проверим, т.к. $2021 + 325 - 1 = 2345$, что
 $> 48^2$ и $< 49^2$) и $< 19^2 = 361$ (проверим, т.к. $2021 + 361 - 1 =$
 $= 2381$, что $> 48^2$ и $< 49^2$). Тогда начальный член
 может принимать $361 - 325 + 1 = 37$ значений. Если $n=20$,
 начальный член ≥ 381 (проверим т.к. $381 > 19^2, < 20^2$,
 $2021 + 381 - 1 = 2401$, что $= 49^2$ и $< 50^2$, меньше не подходит,
 т.к. $2021 + 1 < 380 - 1 < 2901$ и $< 49^2$) и $\leq 20^2 = 400$
 (проверим, т.к. $2021 + 400 - 1 = 2420$, что $> 49^2$ и $< 50^2$). Тогда
 возможно для любого члена — $400 - 381 + 1 = 20$. Тогда все конусов — $20 + 37 =$
 $= 57$. Ответ: 57

65